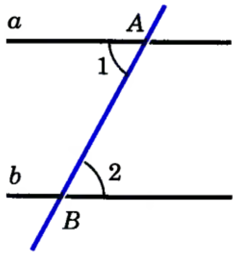
Теорема
Если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны.



Дано:

Прямые a и b.

Секущая AB.

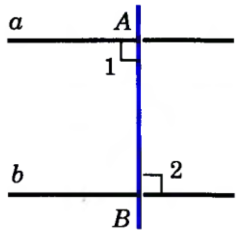
$\angle 1 = \angle 2$

Доказать:

a || b.

Доказательство:

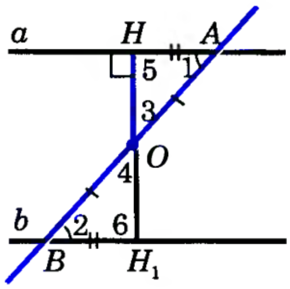
I случай.



Если углы 1 и 2 - прямые,

$\left.\begin{array}{l} a \perp AB \\ b \perp AB \end{array}\right\} \Rightarrow a \parallel b.$

II случай.



Углы 1 и 2 - не прямые.

I. Пусть точка O- середина отрезка AB
Проведем перпендикуляр $OH \perp a$.
На прямой b от точки B отложим отрезок $BH_1 = AH$
и проведем отрезок OH_1.

II. $\Delta OHA = \Delta OH_1B$ (по двум сторонам и углу между ними)

1. AO = BO (O- середина AB),
2. $AH = BH_1$ (пункт I)
3. $\angle 1 = \angle 2$ (по условию)

поэтому $\angle 3 = \angle 4$ и $\angle 5 = \angle 6$ (как соответствующие в равных треугольниках).

III. Из равенства $\angle 3 = \angle 4$ следует, что точка H_1 лежит на продолжении луча OH, т. е. точки H, O и H_1 лежат на одной прямой,

а из равенства $\angle 5 = \angle 6$ следует, что угол 6— прямой (так как угол 5 - прямой). Итак, прямые $\left.\begin{array}{l} a \perp HH_1 \\ b \perp HH_1 \end{array}\right\} \Rightarrow a \parallel b.$

Теорема доказана.